INSPECTION D'ACADEMIE DE TAMBACOUNDA **Année scolaire 2023 / 2024**

Niveau : 2nde S

Durée : 03heures

Composition harmonisée du premier semestre : Epreuve de Mathématiques

NB : La qualité de la rédaction, la clarté et la rigueur dans le raisonnement seront prises en compte pour une grande partie dans l'appréciation des réponses données.

EXERCICE 1 : (08 Points)

1. Recopie et complète le tableau suivant : (3×1pt)

Intervalle	Encadrement	Distance	Valeur absolue
	-3 $\leq x \leq 8$		
			$\|x+5\| < \frac{7}{2}$
		d(x ; - 7) ≤ -3	

2. Soit x et y deux réels vérifiant : $\frac{2}{3} \leq x \leq 2$ et $-3 \leq y \leq -2$.
   a. Encadrer A = 3x – y et B = xy. ***(1pt)***
   b. Simplifier au maximum chacun des réels suivants :

   C = $(5+2\sqrt{6})^{2024}(5-2\sqrt{6})^{2024} - (\sqrt{1}\,)^{2024}$. ***(0.5pt)***

   D = $\frac{7\times10^{-8} + 0.00000025}{13\times10^{-6} - 5\times10^{-6}}$ ***(0.5pt)***

   E = $\frac{1-\frac{2}{7}-\frac{5}{3}}{\frac{5}{7}+\frac{2}{3}-5} \times \frac{3}{5}$ **(0.5pt)**

3. Résoudre dans IR les équations et inéquations suivantes :
   a. $|x+5| = x+5$ ***(1pt)*** ; b) $|-2x+3| = \sqrt{3}$ ***(0.5pt)*** ; c) $-2 < |5x-8| \leq \frac{1}{3}$ ***(1pt)***

EXERCICE 2 : (04 Points)

Soient x et y deux réels strictement positifs tels que x soit différent de y.

1. Calculer $\left(\frac{x+y}{2}\right)^2$ puis montrer que $\left(\frac{x+y}{2}\right)^2 < \frac{1}{2}(x^2+y^2)$. **(1pt)**
2. A l'aide d'inégalités similaires, montrer que :
   $\left(\frac{x+y}{2}\right)^2 + \left(\frac{x+z}{2}\right)^2 + \left(\frac{y+z}{2}\right)^2 < x^2+y^2+z^2$. **(1pt)**
3. Calculer $(x+y)^2$ puis montrer que $x^2+y^2 = (x+y)^2 - 2xy$.**(0.5pt)**
4. a. Monter que si x + y =1 alors $x^2+y^2 > \frac{1}{2}$ et xy $< \frac{1}{4}$. **(1pt)**
   b. En déduire que : $\left(x+\frac{1}{x}\right)^2 + \left(y+\frac{1}{y}\right)^2 > \frac{25}{2}$. **(0.5pt)**

<u>EXERCICE 3 :   (04 Points)</u>

On donne trois points A, B et C non alignés du plan.

1. Construire les points R , S et P définis par :
   $\overrightarrow{AR} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{CS} = \frac{1}{3}\overrightarrow{CA}$ et $\overrightarrow{CP} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$. **(1pt)**
2. Exprimer les vecteurs $\overrightarrow{RS}$ et $\overrightarrow{RP}$ en fonction des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$. **(1pt)**
3. En déduire que les points R, S et P sont alignés et que S est le milieu de$[RP]$. **(1pt)**
4. Construire les points E et F tels que :
   $\overrightarrow{BE} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BA}$; $\overrightarrow{CF} = \frac{1}{3}\overrightarrow{CB}$. **(0.5pt)**
5. Montrer que les droites (RS) et (EF) sont parallèles. **(0.5pt)**

<u>EXERCICE 4 :   (04 Points)</u>

Soit ABC un triangle quelconque et G le barycentre des points pondérés (A ,1) (B, 1) et (C, 2).

1. Soit I le milieu de $[AB]$.Montrer que G = bar$\{(I;2);(C;2)\}$ **(0.5pt)**
2. Faire une figure puis placer le point G. **(0.5pt)**
3. Déterminer puis construire l'ensemble (E) des points M du plan tels que :
   $\|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + 2\,\overrightarrow{MC}\| = AB$. **(1pt)**
4. Soit K le point défini par : $\overrightarrow{AK} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$ .Montrer que les points B, G et K sont alignés. **(1pt)**
5. Soit L le point défini par : $\overrightarrow{BL} = \frac{2}{3}\overrightarrow{BC}$ .Montrer que les droites (CI), (AL) et (BK) sont concourantes au point G. **(1pt)**

BONNE CHANCE !!!